

Метапредметное задание по математике в рамках игры «Темпо-квест»

(время на выполнение группового этапа задания 50 минут, индивидуального этапа задания – 30 минут, время на защиту работы 5 минут)



Фигурные числа — это числа, связанные с геометрическими построениями определённого типа.

История фигурных чисел

В строительстве сооружений древности — пирамид, дворцов и храмов — применялись плиты и кирпичи, имеющие грани в виде треугольника, четырёхугольника, квадрата и некоторых других фигур. С этими же фигурами человек встречался при межевании и измерении земельных участков. Знакомясь с различными геометрическими фигурами, люди начали подмечать их общие свойства. Так постепенно складывалась геометрия — наука о геометрических фигурах. Геометрия достигла высокого развития в Древней Греции в школе Пифагора (VI–V вв. до н. э.). Пифагорейцы составляли различные фигуры из камешков или костяшек, изображая числа в виде точек, группируемых в геометрические фигуры. Числа, которые можно представить с помощью геометрических фигур, получили название фигурных. Фигурные числа встречаются не только у пифагорейцев, но и других греческих учёных: Эратосфена (III–II в. до н. э.), Никомаха (I–II в.), Диофанта (III в.) и др.

Из фигурных чисел чаще всего рассматривают многоугольные числа: треугольные, квадратные, пятиугольные, шестиугольные и т. п. Они связаны соответственно с квадратом, правильным пятиугольником, правильным шестиугольником и т. д.

Как получают многоугольные числа? Натуральный ряд чисел $1, 2, 3, 4, 5, \dots, n, \dots$ начинается с единицы; все последующие числа получаются прибавлением к предыдущему числу по единице. На этом принципе формирования числового ряда основана классификация фигурных чисел. Например:

1, 3, 6, 10 — треугольные числа;

1, 4, 9, 16 — квадратные числа;

1, 5, 12, 22 — пятиугольные числа;

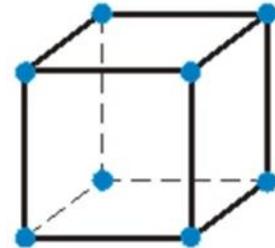
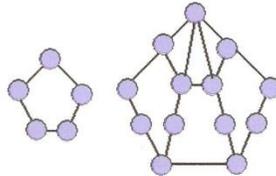
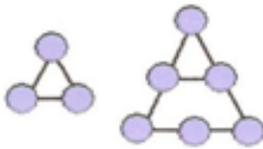
Общая формула для вычисления любого фигурного k -угольного числа (например, $k=3$ для треугольного, $k=5$ для пятиугольного и т.д.) имеет вид:

$$F_n^{(k)} = \frac{(k-2)n^2 - (k-4)n}{2}$$

Где n – номер многоугольного числа в последовательности ему подобных чисел (например, 10 – четвертое треугольное число, т.е $n=4$, а $k=3$)

Виды многоугольных чисел. Названия многоугольных чисел соответствуют количеству точек, расположенных в форме соответствующих многоугольников. Многоугольное n -е число изображают в виде соответствующего правильного многоугольника, на стороне которого расположено n точек.

Рассмотрим несколько примеров.

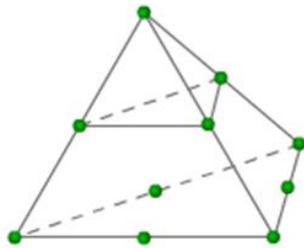


Треугольные числа (3, 6).

Пятиугольные числа (5, 12)

Кубическое число 4

Пирамидальное число 10



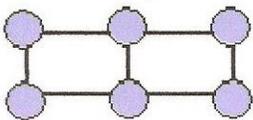
$$10 = 1 + 3 + 6$$

Кроме многоугольных, к фигурным числам относят:

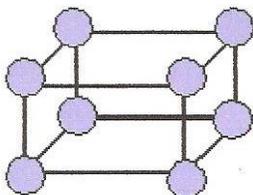


Линейные числа (простые) – числа, которые делятся на единицу и на самих себя, представимы в виде последовательности точек,

выстроенных в линию.



Плоские числа – числа, представимые в виде произведения двух сомножителей (плоское число $6=2 \cdot 3$).



Телесные числа, выражаемые произведением трёх сомножителей (телесное число $8=2 \cdot 2 \cdot 2$).

Задания командам

Групповой этап

1. Внимательно ознакомьтесь с текстом о фигурных числах, предложенным вам.
2. Все задания выполняйте на ватмане, который лежит перед вами.
3. Запишите вид фигурных чисел, которые вы видите на представленных изображениях в Таблице 1. Заполненную таблицу прикрепите клеем или скотчем на ватман
4. В тексте задания приведены примеры треугольных, квадратных и пятиугольных чисел. Приведите по 2 примера шестиугольных, семиугольных и восьмиугольных чисел. Зарисуйте их графические модели на листе ватмана, поясните, как получена модель.
5. Заполните моделями фигурных чисел пустые ячейки таблицы 2. Заполненную таблицу прикрепите клеем или скотчем на ватман
6. Возьмите натуральное число 289 и разложите его на сумму не повторяющихся (каждое число может быть использовано только 1 раз) только треугольных, только квадратных и только пятиугольных чисел (получите не менее 3 разложений).
7. По команде жюри сдайте заполненные ватманы
8. Выберите представителя команды, который будет представлять результаты вашей работы. Подготовьтесь к защите результатов.



Разработчик – учитель математики и информатики Свистун И.В.

Г. Трёхгорный Челябинской области. МБОУ «СОШ № 109»

II тур. Индивидуальный этап:

Ты вместе со своей командой на групповом этапе олимпиады разобрался с понятием фигурного числа. Теперь настало время поработать самостоятельно. Тебе необходимо попытаться решить не менее двух из четырех предложенных заданий, причем задание 1 нужно выполнить обязательно.

На выполнение заданий индивидуального тура тебе даётся 30 минут. Выполняй задание на листе и не забудь подписать название своей команды, а также свои ФИО и класс. Веди записи только синей ручкой.

После выполнения заданий ты имеешь право дать на проверку свои решения только одному участнику своей команды. Проверяющий имеет право внести изменения в твою работу зеленой ручкой. Проверяющий должен после проверки внизу страницы написать свои ФИО. Важно помнить, что один участник команды имеет право проверить только одну работу.



Задания индивидуального тура:

Задание 1

а) Составь таблицу первых 10-ти треугольных чисел.

номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
число										

б) Напиши, как ты читаешь, почему числа $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$, $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$, $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$ и т.д. не имеют своего названия, хотя у квадратов и кубов чисел такие названия есть?

в) Некто купил дом. На вопрос, дорого ли он заплатил, он ответил, что число галеонов, которое он за него отдал, есть 365-угольное число с номером 12. Сколько стоит дом?

Задание 2

Только что ты вместе с командой заполнял моделями фигурных чисел Таблицу 2. Напиши, как бы ты научил другого человека строить модели фигурных чисел.

Задание 3.

Придумай свое задание, аналогичное любому из тех, что ты решал в Задании 1.

Задание 4.

Как научить другого человека придумывать задания, аналогичные тем, что ты решал в Задании 1?

Напиши математические рекомендации для участника из другой команды.

Таблица 1

изображение	Вид числа	изображение	Вид числа
1. 		2. 	
3. 		4. 	
5. 		6. 	

Таблица 2

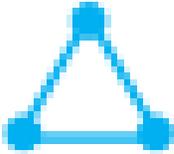
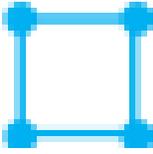
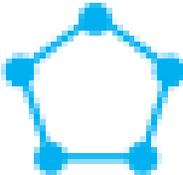
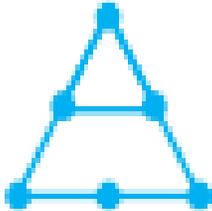
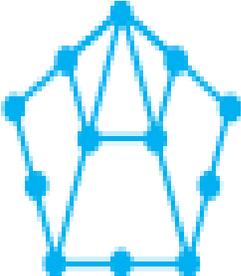
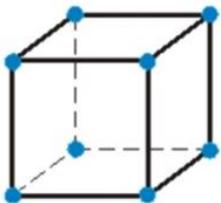
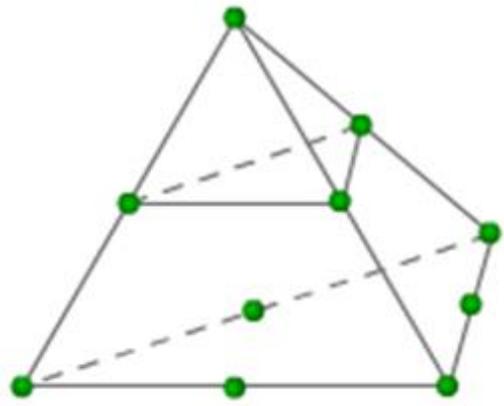
Порядковый номер числа	Вид чисел					
	треугольные		квадратные		пятиугольные	
	число	изображение	число	изображение	число	изображение
N=2	3		4		5	
N=3	6		9		12	
N=4	10		16		22	

Таблица 2 (продолжение)

Порядковый номер числа	Вид чисел			
	кубические		пирамидальные	
	число	изображение	число	изображение
N=2	4		4	
N=3	27		10	

N=4			19	
------------	--	--	-----------	--

Экспертный лист члена жюри для работы по станциям

ФИО члена жюри _____

Станция **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**

Групповой этап

№	критерий	Команда	Команда	Команда	Команда	Команда
Блок метапредметных результатов. Информационная грамотность						
1	Дети компактно и по сути представили результат работы группы, уложившись во времени– максимум 2 балла					
2	Дети компактно и по сути ответили на вопросы жюри– – максимум 2 балла					
Блок метапредметных результатов. Учебная грамотность						
3	Группа определила какие фигурные числа изображены на картинках в Таблице 1: записала название каждого числа. Количество правильных названий - максимум 5 баллов					
4	Дети указывают, что число на рисунке 2 однозначно определить невозможно и объясняют, почему - максимум 2 балла					
5	Дети привели СВОИ примеры шестиугольных чисел Количество правильных примеров — максимум 2 балла					
6	Дети зарисовали правильные графические модели шестиугольных чисел Количество правильных моделей — максимум 2 балла					
7	Дети привели СВОИ примеры семиугольных чисел Количество правильных примеров — максимум 2 балла					
8	Дети зарисовали правильные графические модели семиугольных чисел Количество правильных моделей — максимум 2 балла					
9	Дети привели СВОИ примеры восьмиугольных чисел Количество правильных примеров — максимум 2 балла					

10	Дети зарисовали правильные графические модели восьмиугольных чисел Количество правильных моделей — максимум 2 балла					
11	Дети правильно заполнили пустые ячейки Таблицы 2 Количество правильных моделей - максимум 6 баллов					
12	Группа разложила число 289 на сумму многоугольных чисел и представила полученные разложения Количество правильных разложений— за каждое по 1 баллу					
13	Группа структурировала информацию о выполненных заданиях на ватмане (ватман разделен на зоны по заданиям) - 1 балл					

Ответы на задания математической станции (для жюри)

Задание 3

1 – плоское число. Первое желание назвать число линейным неверно, т.к. по данному в тексте задания определению линейного числа – это простое число, а в тубе 4 конфеты. 4 – не простое число.

2 – по изображению невозможно определить вид числа, т.к. коробка самолетов сфотографирована сбоку.

3 – плоское, но может быть опознано детьми как квадратное, т.к. коробки солдат размером 10*10

4, 5 – пирамидальное

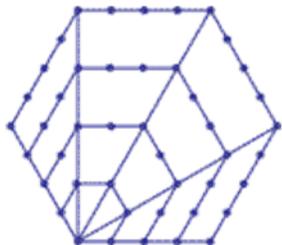
6 – телесное

Задание 4

Шестиугольные числа

1	6	15	28	45	66	91	120	153	190
231	276	325	378	435	496	561	630		

Графическая схема (в общем виде) шестиугольных чисел выглядит так



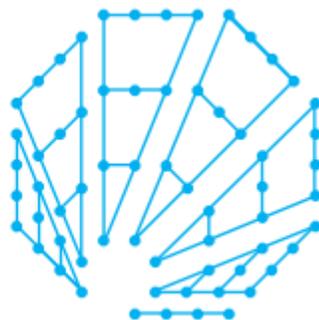
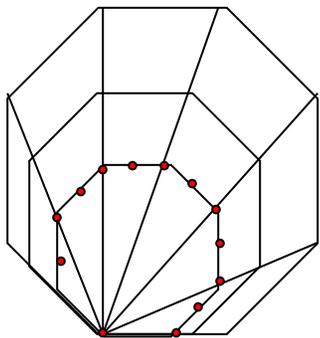
Семиугольные числа

1	7	18	34	55	81	112			
---	---	----	----	----	----	-----	--	--	--

Графическая схема (в общем виде) семиугольных чисел выглядит аналогично шестиугольной, только в основе семиугольник

Восьмиугольные числа

1	8	21	40	65	96	133			
---	---	----	----	----	----	-----	--	--	--

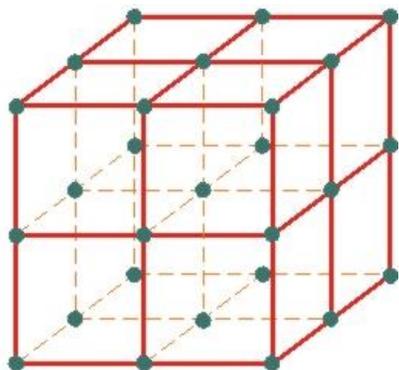
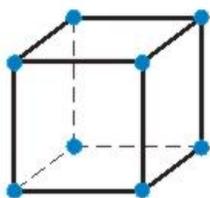


Задание 5

Порядковый номер числа	Вид чисел					
	Треугольные		Квадратные		Пятиугольные	
	Число	Изображение	Число	Изображение	Число	Изображение
$n = 2$	3		4		5	
$n = 3$	6		9		12	
$n = 4$	10		16		22	

Кубические числа

●

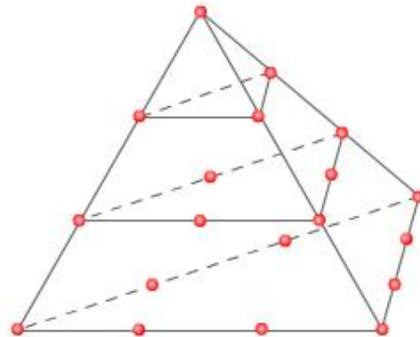
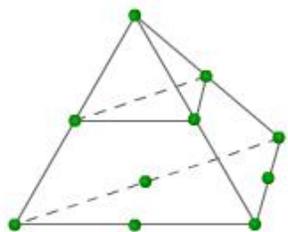
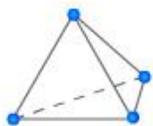


1

4

27

●



1

$4 = 1 + 3$

$10 = 1 + 3 + 6$

$19 = 1 + 3 + 6 + 9$

Задание 6

Треугольные числа

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
66	78	91	105	120	136	153	171	190	210
231	253	276	300	325	351	378	406	435	465

Квадратные числа

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

Пятиугольные числа

1	5	12	22	35	51	70	92	117	145
166	200	237	277	320	366	415	467	522	580

Тогда 289 можно представить в виде

Суммы треугольных $120+105+55+6+3$

Суммы квадратных $100+169+16+4$

Суммы пятиугольных $237+51+1$

Возможны и другие представления, если все числа встречаются в указанных таблицах и в сумме дают 289

Задания индивидуального тура:

Решение Задания 1

d) Составь таблицу первых 10-ти треугольных чисел.

номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
число	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

e) Напиши, как ты читаешь, почему числа $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$, $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$, $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$ и т.д. не имеют своего названия, хотя у квадратов и кубов чисел такие названия есть?

Дело в том, что мы живем в мире трех измерений (длина, ширина и высота). Квадрат получился, когда мы выложили фигуру с одинаковой длиной и шириной: куб - фигура с одинаковыми длиной, шириной и высотой. Но нет четвертого измерения, чтобы выложить такую же красивую фигуру из $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ «камушков»

f) Некто купил дом. На вопрос, дорого ли он заплатил, он ответил, что число галеонов, которое он за него отдал, есть 365-угольное число с номером 12. Сколько стоит дом?

Общая формула для вычисления любого фигурного k-угольного числа (например, k=3 для треугольного, k=5 для пятиугольного и т.д.) имеет вид:

$$F_n^{(k)} = \frac{(k-2)n^2 - (k-4)n}{2}$$

Где n – номер многоугольного числа в последовательности ему подобных чисел (например, 10 – 4-е треугольное число, а 12 – 3-е пятиугольное)

$$F_{12}^{(365)} = (363 \cdot 144 - 361 \cdot 12) / 2 = 363 \cdot 72 - 361 \cdot 6 = 26136 - 2166 = 23970$$

(проверяем умение детей пользоваться формулой)

Решение Задания 2.

Здесь важно, чтобы ребенок описал в способе решения примеров, аналогичных тем, что он решал в Задании 1, суть модели числа. Упрощенно говоря важно, чтобы в объяснении ребенок отразил своё понимание, что в основе модели N-угольного числа должен лежать N-угольник, а на каждой стороне этого N-угольника должно быть расположено ровно столько точек, каков порядковый номер у N-угольного числа.

Решение Задания 3.

Решение задания 3 считается полным и правильным, если выполнены два следующих условия:

- 1) Дети составили корректный пример задания
- 2) Приведено правильное решение придуманного ими самими примера;

Решение Задания 4.

Здесь важно, чтобы ребенок описал в способе составления примеров, аналогичных тем, что он решал в Задании 1, суть модели числа и/или умение пользоваться представленной в тексте задания формулой.

